مدارس الأوائل النموذجية
الخاصة للبنات

سلم الرياضيات – الثالث الثانوي العلمي – النموذج (C)

أولاً :

5 الدالة اشتقاقية على $]-3,+3[$

10 $f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{9-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{9-x^2}}$

5+5 $f'(x)=0 \Leftarrow (x=0 , f(0)=3)$

10

x	-3		0		3
$f'(x)$	‖	+	0	−	‖
$f(x)$	0	↗	3	↘	0

10 أياً كان $x \in [-3,+3]$: $f(x) \le f(0)=3$

5 $f(0)=3$ قيمة كبرى شاملة .

5+5 ونلاحظ $f(3)=f(-3)=0$ قيمة صغرى شاملة
لأن $f(x) \ge 0$

(60)

ثانياً :

التمرين الأول:

10 $\lim_{x\to1}\left(\frac{x-1}{\sqrt{2x}-\sqrt{3-x}}\right)$

عند تعويض (1) نحصل على عدم تعيين $(\frac{0}{0})$

10 $\frac{x-1}{\sqrt{2x}-\sqrt{3-x}} = \frac{(x-1)(\sqrt{2x}+\sqrt{3-x})}{2x-(3-x)}$

10 $= \frac{(x-1)(\sqrt{2x}+\sqrt{3-x})}{3(x-1)}$

10+10 $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{2x}+\sqrt{3-x}}{3} = \frac{2\sqrt2}{3}$

(50)

التمرين الثاني :

المصفوفة الموسعة

5 $H=\left[\begin{array}{cccc|c} 1&1&1&0&1\\ 1&1&0&1&2\\ 1&0&1&1&3\\ 0&1&1&1&0 \end{array}\right]$ $: -R_1+R_2\to R_2$, $-R_1+R_3\to R_3$

5 $H\sim\left[\begin{array}{cccc|c} 1&1&1&0&1\\ 0&0&-1&1&1\\ 0&-1&0&1&2\\ 0&1&1&1&0 \end{array}\right]$ $R_4\leftrightarrow R_2$

5 $H\sim\left[\begin{array}{cccc|c} 1&1&1&0&1\\ 0&1&1&1&0\\ 0&-1&0&1&2\\ 0&0&-1&1&1 \end{array}\right]$ $R_2+R_3\to R_3$

5+5 $H\sim\left[\begin{array}{cccc|c} 1&1&1&0&1\\ 0&1&1&1&0\\ 0&0&1&2&2\\ 0&0&-1&1&1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3+R_4\to R_4} \sim\left[\begin{array}{cccc|c} 1&1&1&0&1\\ 0&1&1&1&0\\ 0&0&1&2&2\\ 0&0&0&3&3 \end{array}\right]$

10 $n=4 , r=r'=4$ وهي مصفوفة مدرجة فقط
وللجملة حلاً مشتركاً وحيداً
والجملة المواشترك (والمكافئة للجملة المفروضة)

5
$x+y+z=1$ (1)
$y+z+w=0$ (2)
$z+2w=2$ (3)
$3w=3$ (4)

من (4) نجد $w=1$

5 نعوض في (3) فنجد $z+2=2 \Rightarrow z=0$

5 نعوض في (2) نجد $y+0+1=0 \Rightarrow y=-1$

5 نعوض في (1) نجد $x-1+0=1 \Rightarrow x=2$

5 $S=\{(2,-1,0,1)\}$

(60)

التمرين الثالث: المحور المحرقي $x=1$ فالمعادلة

10+10 من الشكل $(x-1)^2=4p(y-y_0)$

تقع الذروة على $2x+y=0$ إذاً

10 $\left.\begin{array}{l} 2x_0+y_0=0 \\ \text{لكن } x_0=1 \end{array}\right\} y_0=-2$

5 نقط التقاطع مع xx' : $(x=5, y=0)$

5 $N(5,0) \in P : (x-1)^2 = 4P(y+2)$

تحققها للمعادلة :

10 $(5-1)^2 = 4P(0+2) \Rightarrow P = 2$

10 $P : (x-1)^2 = 8(y+2)$

(60)

ثالثاً :

السؤال الأول :

$f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^2-4}\right) : \left]-\infty, -2\right[\cup \left]2, +\infty\right[$

①

5+5 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty \ , \ \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

5+5 $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} -2} f(x) = +\infty \ , \ \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 2} f(x) = +\infty$

المستقيم $x=-2$ مقارب $yy' //$

5 والمستقيم $x=2$ مقارب $yy' //$

② $C_2 : g(x) = e^{5-x^2} - 1$

5 $(\sqrt{5},0) \in C_1 : 0 = \ln \frac{1}{5-4}$ محققة

5 $(\sqrt{5},0) \in C_2 : 0 = e^{5-5} - 1$ محققة

5 المنحنيات يشتركان بالنقطة $(\sqrt{5},0)$

5 $f'(x) = \dfrac{\frac{-2x}{(x^2-4)^2}}{\frac{1}{x^2-4}} = \dfrac{-2x}{x^2-4}$

5 $f'(\sqrt{5}) = \frac{-2\sqrt{5}}{5-4} = -2\sqrt{5}$

5 $g'(x) = -2x \, e^{5-x^2}$

5 $g'(\sqrt{5}) = -2\sqrt{5} \, e^{5-5} = -2\sqrt{5}$

مما سبق : $f(\sqrt{5}) = g(\sqrt{5}) = 0$ ،

$f'(\sqrt{5}) = g'(\sqrt{5}) = -2\sqrt{5}$

5 والمنحنيات متماسان عند $(\sqrt{5},0)$ وميل المماس $-2\sqrt{5}$

معادلة المماس المشترك

$y - 0 = -2\sqrt{5}(x - \sqrt{5})$

5 $\boxed{y = -2\sqrt{5}x + 10}$

(70)

السؤال الثاني :

① $3(x+3)^2 + 4(y-2)^2 = 12 \quad (\div 12)$

5 $\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{3} = 1$

5 المركز $O'(-3,2)$ ، $a = 2 , b = \sqrt{3}$

5 $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{4-3} = 1$

المحور المحرقي $// \ xx'$

5 $F(x_0+c, y_0) = (-3+1, 2) = (-2, 2)$

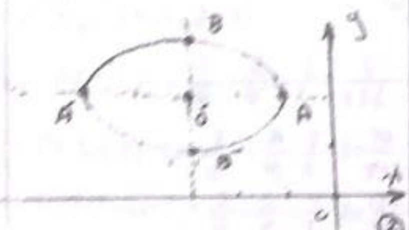
$F'(x_0-c, y_0) = (-3-1, 2) = (-4, 2)$

5 $A(x_0+a, y_0) = (-1, 2)$

$A'(x_0-a, y_0) = (-5, 2)$

5 $B(x_0, y_0+b) = (-3, 2+\sqrt{3})$

$B'(x_0, y_0-b) = (-3, 2-\sqrt{3})$

10 

② 5 ميل المماس = ميل المستقيم الموازي له $= \frac{-1}{2}$

ولتعيين نقاط التماس نشتق بالنسبة لـ x

$3(x+3)^2 + 4(y-2)^2 = 12 \Rightarrow$

5 $6(x+3) + 8(y-2) \cdot y'_x = 0 \Rightarrow$

وعند نقطة التماس (x, y) نجد $y'_x = m$

5 $6(x+3) + 8(y-2)m = 0$

$6(x+3) + 8(y-2)(\frac{-1}{2}) = 0$

5 $3(x+3) = 2(y-2)$

5 $y - 2 = \frac{3}{2}(x+3)$ ①

نعوض في معادلة القطع .

$3(x+3)^2 + 4(\frac{9(x+3)^2}{4}) = 12$

5 $12(x+3)^2 = 12 \Rightarrow (x+3)^2 = 1$

إما $x+3 = 1 \Rightarrow x = -2$

5 في ① $y - 2 = \frac{3}{2}(1) \Rightarrow y = \frac{7}{2}$

نقطة التماس الأولى $(-2, \frac{7}{2})$

أو $x+3 = -1 \Rightarrow x = -4$

5 في ① $y - 2 = \frac{3}{2}(-1) \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

نقطة التماس الثانية $(-4, \frac{1}{2})$

معادلة المماس الأول :

5 $y - \frac{7}{2} = -\frac{1}{2}(x+2)$

معادلة المماس الثاني :

5 $y - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}(x+4)$

ملاحظة : يمكن إيجاد نقاط التماس من قانون ميل المماس للقطع .

$m = -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x - x_0}{y - y_0}$

$-\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{x+3}{y-2}$

دون الاعتماد على المشتق .

90

السؤال الثالث :

8 بطاقات : حمراء $1\ 1\ 2\ 2\ 2$ ، بيضاء $1\ 2\ 2$

A مجموع أرقام البطاقات الثلاث فردي

B البطاقات الثلاث من لون واحد .

المطلوب : $P_A(B) = ?$

10 $A \cap B$ البطاقات الثلاث من لون واحد والمجموع فردي

10 $P(A \cap B) = \frac{C(3,3) + C(3,2) \cdot C(2,1)}{C(8,3)}$

10 $= \frac{1 + 3 \cdot 2}{56} = \frac{7}{56} = \frac{1}{8}$

أو $P(A \cap B) = \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \times 3 + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot 3 = \frac{1}{56} + \frac{6}{56} = \frac{1}{8}$

10 $P(A) = \frac{C(5,2) \cdot C(3,1) + C(3,3)}{C(8,3)} = \frac{31}{56}$

10 $P_A(B) = \frac{\frac{7}{56}}{\frac{31}{56}} = \frac{7}{31}$

ⓒ :

10 $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$

5 $f(0) = P(1,1,1) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{6}{336}$

5 $f(1) = P(1,1,2) \cdot 3 = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot 3 = \frac{90}{336}$

5 $f(2) = P(1,2,2) \cdot 3 = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot 3 = \frac{180}{336}$

5 $f(3) = P(2,2,2) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{60}{336}$

5

r_i	0	1	2	3
$f(r_i)$	$\frac{6}{336}$	$\frac{90}{336}$	$\frac{180}{336}$	$\frac{60}{336}$

5 $E(X) = \sum_{i=1}^{i=4} r_i \cdot f(r_i) = 0 + \frac{90+360+180}{336} = \frac{630}{336}$

90

رابعاً:

$C: f(x) = 2e^{x} - 2x - 2$

①

5 $f(x) - y_{\Delta} = 2e^{x}$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x) - y_{\Delta}) = \lim\limits_{x\to+\infty}(2e^{x}) = +\infty$

10 $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x) - y_{\Delta}) = \lim\limits_{x\to-\infty}(2e^{x}) = 0$

5 والمستقيم Δ مقارب في جوار $(-\infty)$

نلاحظ أنه أياً كان $x \in R$:

10 $f(x) - y_{\Delta} = 2e^{x} > 0$

والمنحني فوق المقارب.

5 ② الدالة معرفة ومستمرة واشتقاقية على R

5 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0 + \infty = +\infty$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) : \infty - \infty$ عدم تعيين

10 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} 2x\left(\frac{e^{x}}{x} - 1 - \frac{1}{x}\right)$

5 $= +\infty(+\infty - 1 - 0) = +\infty$

5 $f'(x) = 2e^{x} - 2$

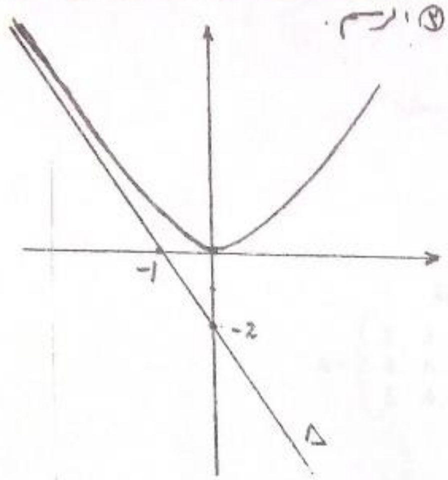
5 $f'(x) = 0 \Leftarrow (x = 0 , f(0) = 0)$

10

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

5 للدالة قيمة صغرى محلياً هي $f(0) = 0$

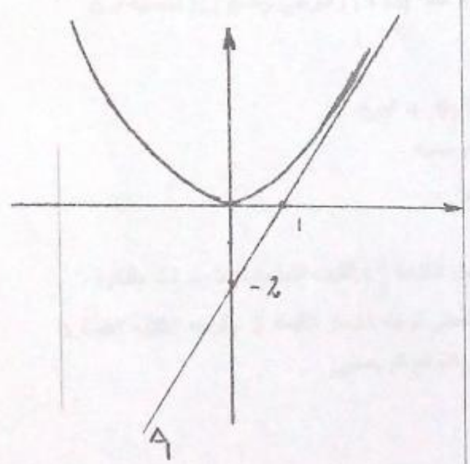
③ الرسم:

10 

$f_1(x) = \frac{2}{e^{x}} + 2x - 2$

5 $= 2e^{-x} - 2(-x) - 2 = f(-x)$

5 C_1 هو نظير C بالنسبة لـ yy'

10 

(120)